Скицирати график и навести особине функције $y = |2x + 2| - 3|2 - x| - 2x$.

Решење

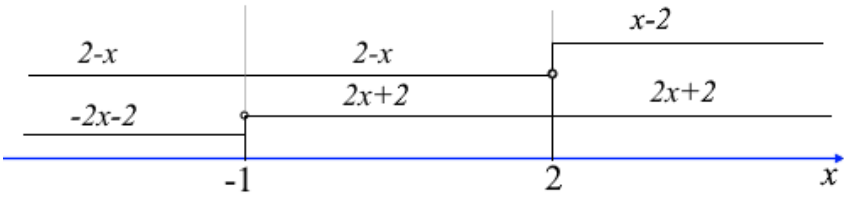
$$y = |2x + 2| - 3|2 - x| - 2x$$

Одреде се апсолутне вредности израза у функцији

$$|2x + 2| = \begin{cases} 2x + 2, 2x + 2 \geq 0 \Longrightarrow x \geq -1 \\ -2x - 2, x < -1 \end{cases}$$

$$|2 - x| = \begin{cases} 2 - x, 2 - x \geq 0 \Longrightarrow x \leq 2 \\ x - 2, x > 2 \end{cases}$$

Може се скицирати табела



У датој функцији апсолутне вредности мењамо одговарајућим изразима.

График се састоји од три дела

I $x \in (-\infty, -1)$

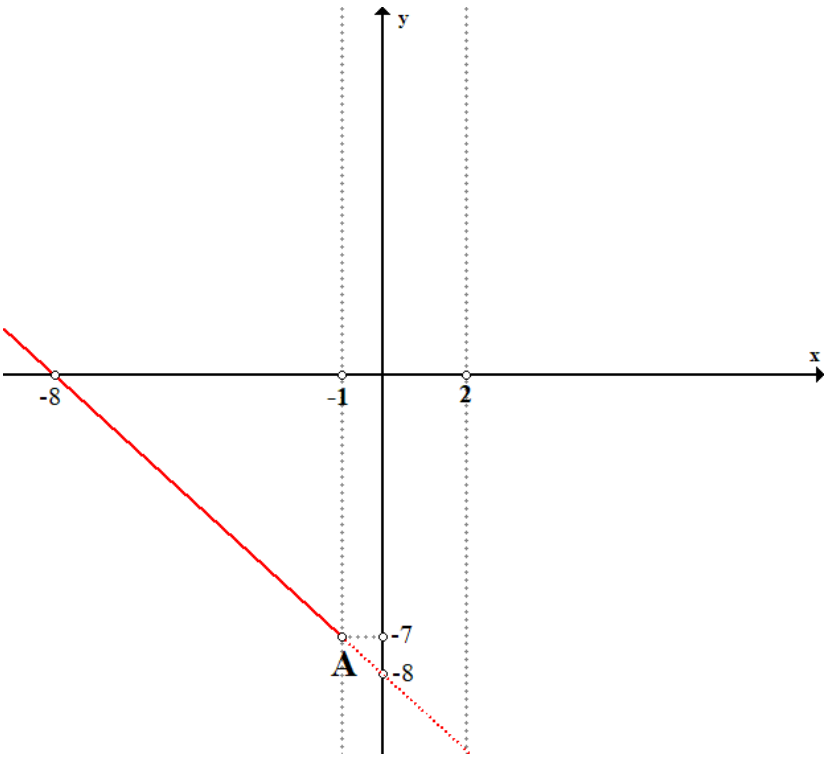
$$y = -2x - 2 - 3(2 - x) - 2x$$

$$y = -2x - 2 - 6 + 3x - 2x$$

$$y = -x - 8$$

x	0	-8
y	-8	0

Права се нацрта испрекиданом линијом, а затим се пуном линијом нацрта део на интервалу $(-\infty, -1)$.



Потребно је одредити координате тачке $\mathbf{A}$. Постојећој табели додајемо и те координате.

$x = -1 \implies y = -(-1) - 8 = -7$

x	0	-8	-1
y	-8	0	-7

График прве гране је полуправа са крајем у тачки $\mathbf{A}$. Испрекидани део не припада графику полазне функције и тај део може и да се обрише.

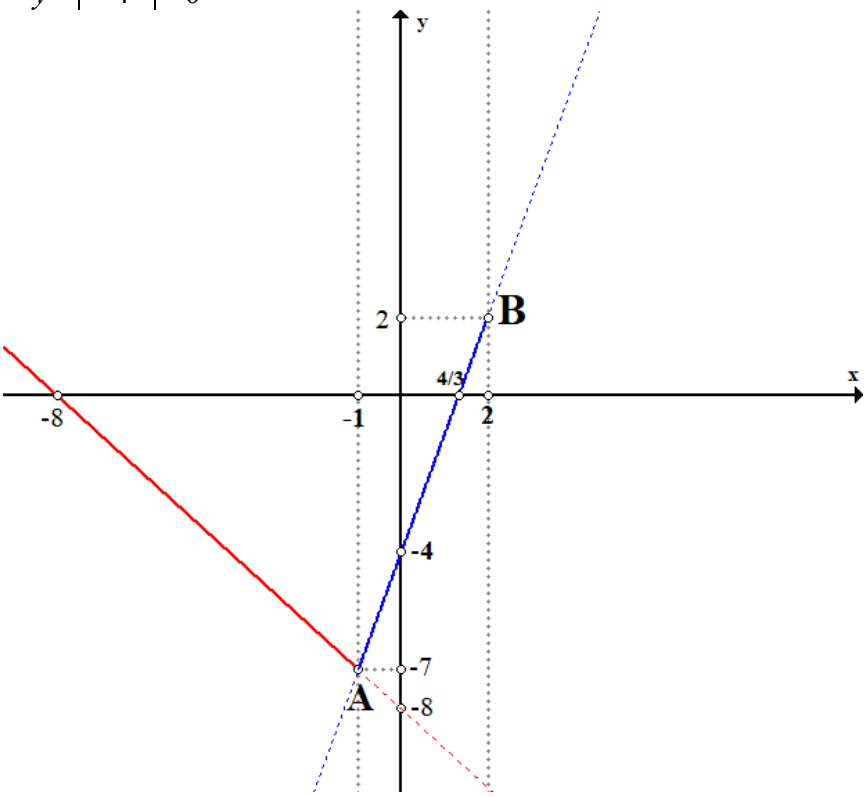
Друга грана

II $x \in (-1, 2)$

$y = 2x + 2 - 3(2 - x) - 2x$

$y = 3x - 4$

x	0	4/3
y	-4	0



Друга грана је дуж $\mathbf{AB}$, чији су крајеви на границама. Дуж се црта на интервалу $(-1, 2)$.

Треба одредити и координате тачке $\mathbf{B}$ и проверити да ли је тачка $\mathbf{A}$ почетак дужи.

$x = -1 \implies y = 3 \cdot (-1) - 4 = -7 \implies \mathbf{A}(-1, -7)$

$x = 2 \implies y = 3 \cdot 2 - 4 = 2 \implies \mathbf{B}(2,2)$

x	0	4/3	-1	2
y	-4	0	-7	2

Трећа грана

III $x \in (2, +\infty)$

$y = 2x + 2 - 3(x - 2) - 2x$

$y = -3x + 8$

B: $x = 2 \Longrightarrow y = -3 \cdot 2 + 8 = 2 \Longrightarrow \mathbf{B}(2,2)$. Трећа грана је полуправа чији је почетак тачка **B**.

x	0	8/3	2
y	8	0	2

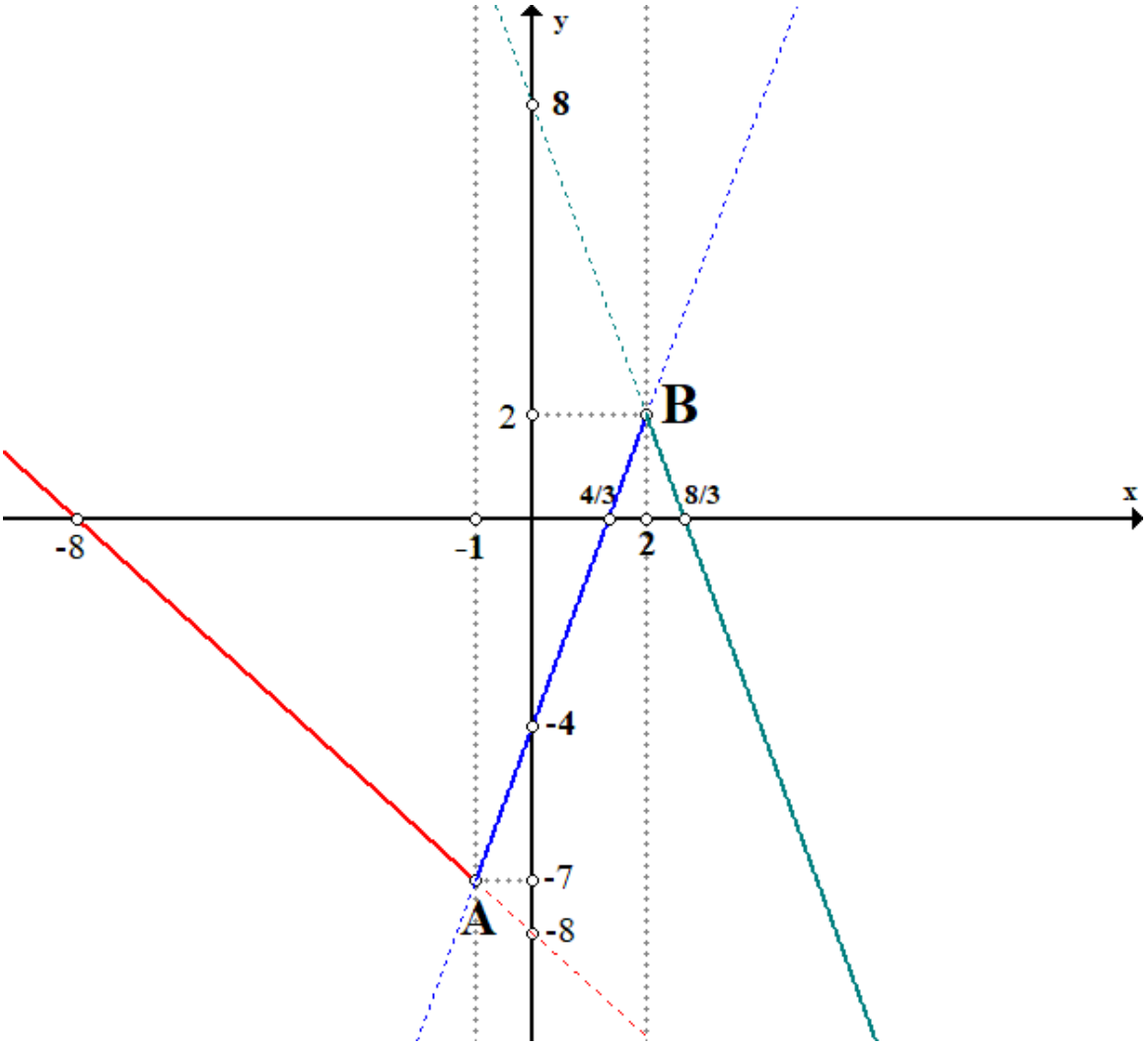
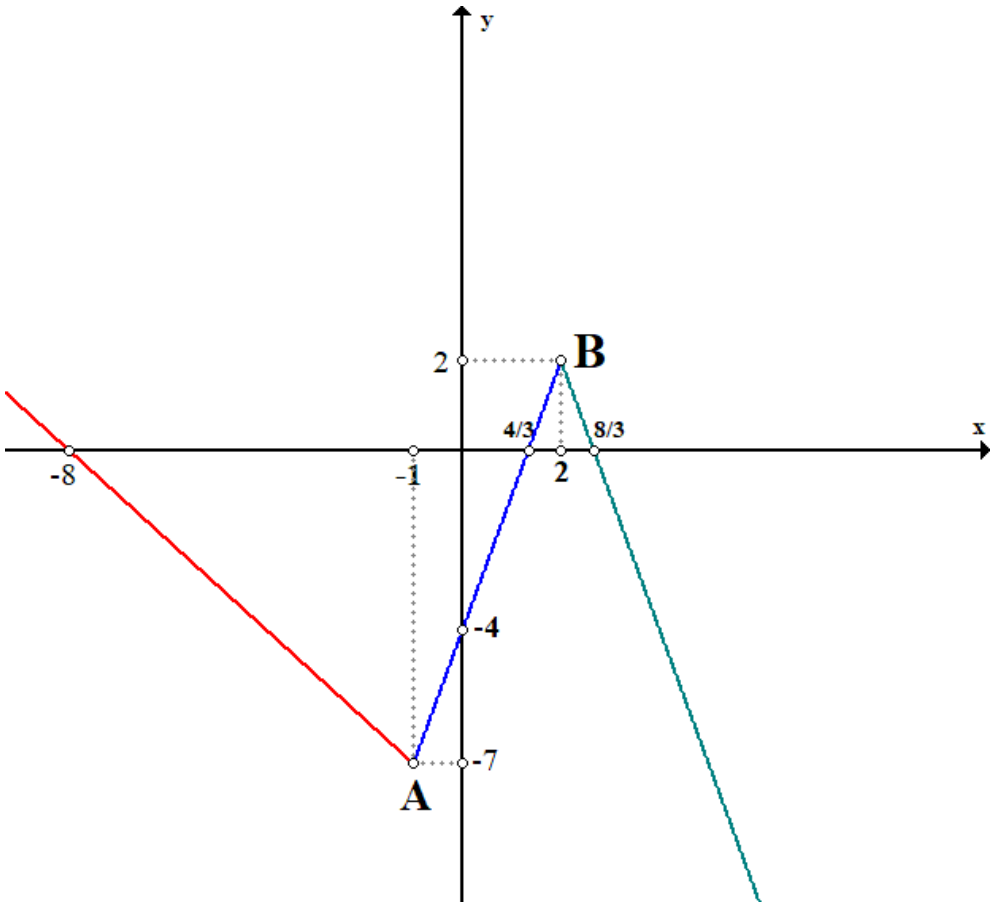


График је изломљена линија која се састоји од полуправе са крајем у тачки **A**, дужи **AB** и полуправе са почетком у тачки **B**.

Ако се избришу делови који не припадају графику добиће се следећа скица.



Особине функције се прочитају са добијеног графика

1° Домен функције

$Df: x \in (-\infty, +\infty)$

2° Нуле, знак и пресек са y осом

$y = 0 \implies x = -8 \ \vee \ x = \frac{4}{3} \ \vee \ x = \frac{8}{3}$ (нуле функције)

$y > 0$ за $x \in (-\infty, -8) \cup \left(\frac{4}{3}, \frac{8}{3}\right)$

$y < 0$ за $x \in \left(-8, \frac{4}{3}\right) \cup \left(\frac{8}{3}, +\infty\right)$

$x = 0 \implies y = -4$ (пресек са y осом)

3° Монотоност и локалне екстремне вредности

$y \searrow$ за $x \in (-\infty, -1) \cup (2, +\infty)$

$y \nearrow$ за $x \in (-1, 2)$

$f_{min} = f(-1) = -7$ (функција има минимум за $x = -1$ и вредност минимума је -7. Минимум је у тачки А).

$f_{max} = f(2) = 2$ (функција има максимум за $x = 2$ и вредност максимума је 2. Максимум је у тачки В).

4° Скуп вредности функције

$y \in (-\infty, +\infty)$

Испрекидане линије треба оставити јер се тако види како су добијени (нацртани) делови графика полазне функције.

Скицирати графике и навести особине функција

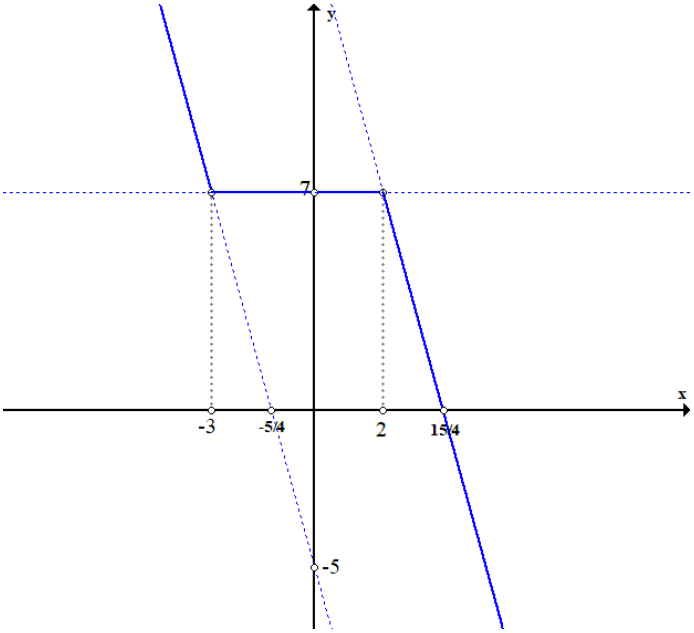
б) $y = 5 - |4 - 2x| + |6 + 2x| - 4x;$

в) $y = 2|3 - x| - 3|x + 2| + 4x + 1;$

г) $y = 5 - |4 - 2x| + |6 + 3x| - 4x.$

б) $y = 5 - |4 - 2x| + |6 + 2x| - 4x$

График



Особине

1° Домен функције

$Df: x \in (-\infty, +\infty)$

2° Нуле, знак и пресек са y осом

$y = 0 \implies x = \frac{15}{4}$

$y > 0$ за $x \in \left(-\infty, \frac{15}{4}\right)$

$y < 0$ за $x \in \left(\frac{15}{4}, +\infty\right)$

$x = 0 \implies y = 7$

3° Монотоност и локалне екстремне вредности

$y \searrow$ за $x \in (-\infty, -3) \cup (2, +\infty)$

$y = 7$ за $x \in (-3,2)$ (y је константно)

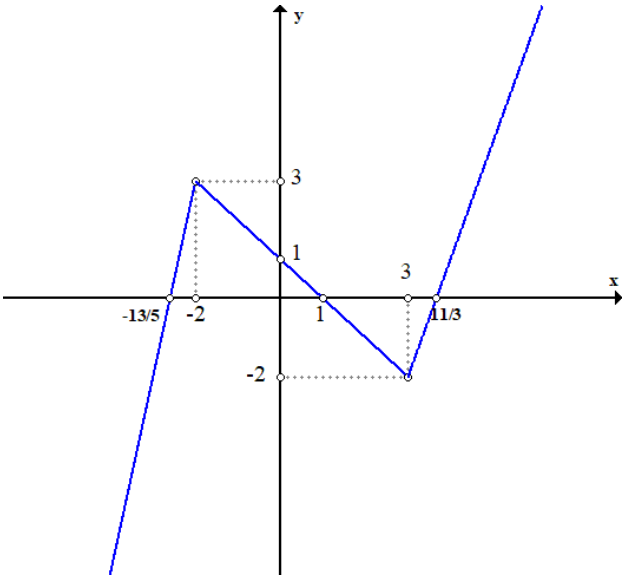
Функција нема локалних екстремних вредности

4° Скуп вредности функције

$y \in (-\infty, +\infty)$

в) $y = 2|3 - x| - 3|x + 2| + 4x + 1$

График



1° Домен функције

$Df: x \in (-\infty, +\infty)$

2° Нуле, знак и пресек са y осом

$y = 0 \implies x = -\frac{13}{5} \vee x = 1 \vee x = \frac{11}{3}$

$y > 0$ за $x \in (-\frac{13}{5}, 1) \cup \left(\frac{11}{3}, +\infty\right)$

$y < 0$ за $x \in \left(-\infty, -\frac{13}{5}\right) \cup \left(1, \frac{11}{3}\right)$

$x = 0 \implies y = 1$

3° Монотоност и локалне екстремне вредности

$y \nearrow$ за $x \in (-\infty, -2) \cup (3, +\infty)$

$y \searrow$ за $x \in (-2, 3)$

$f_{max} = f(-2) = 3$

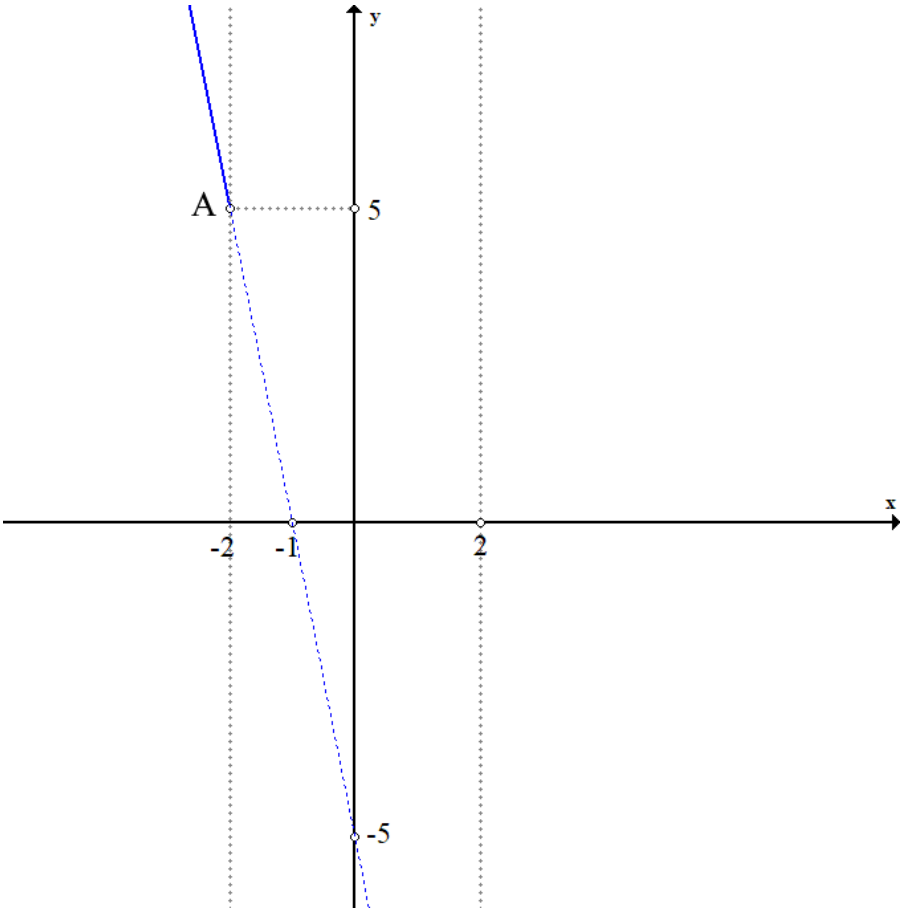
$f_{min} = f(3) = -2$

4° Скуп вредности функције

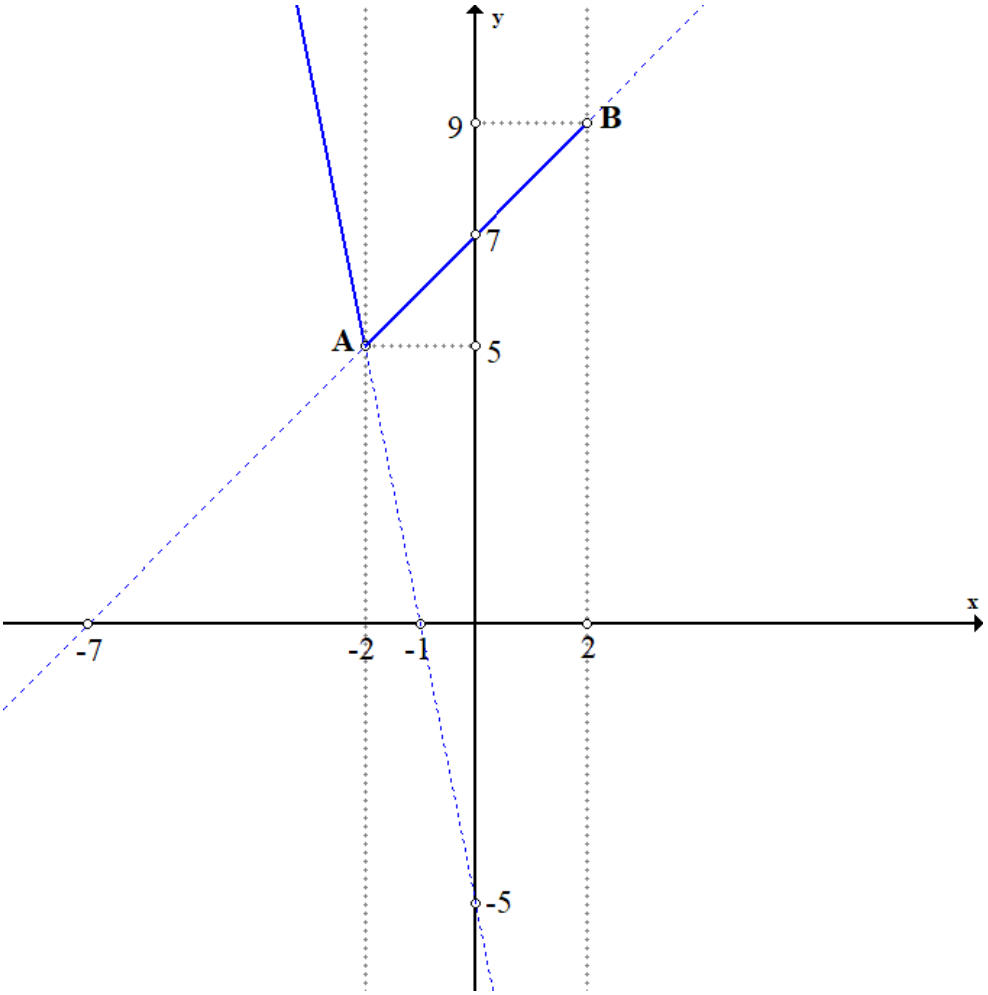
$y \in (-\infty, +\infty)$

r) $y = 5 - |4 - 2x| + |6 + 3x| - 4x$

I $x \in (-\infty, -2)$



II $x \in (-2, 2)$



III $x \in (2, +\infty)$

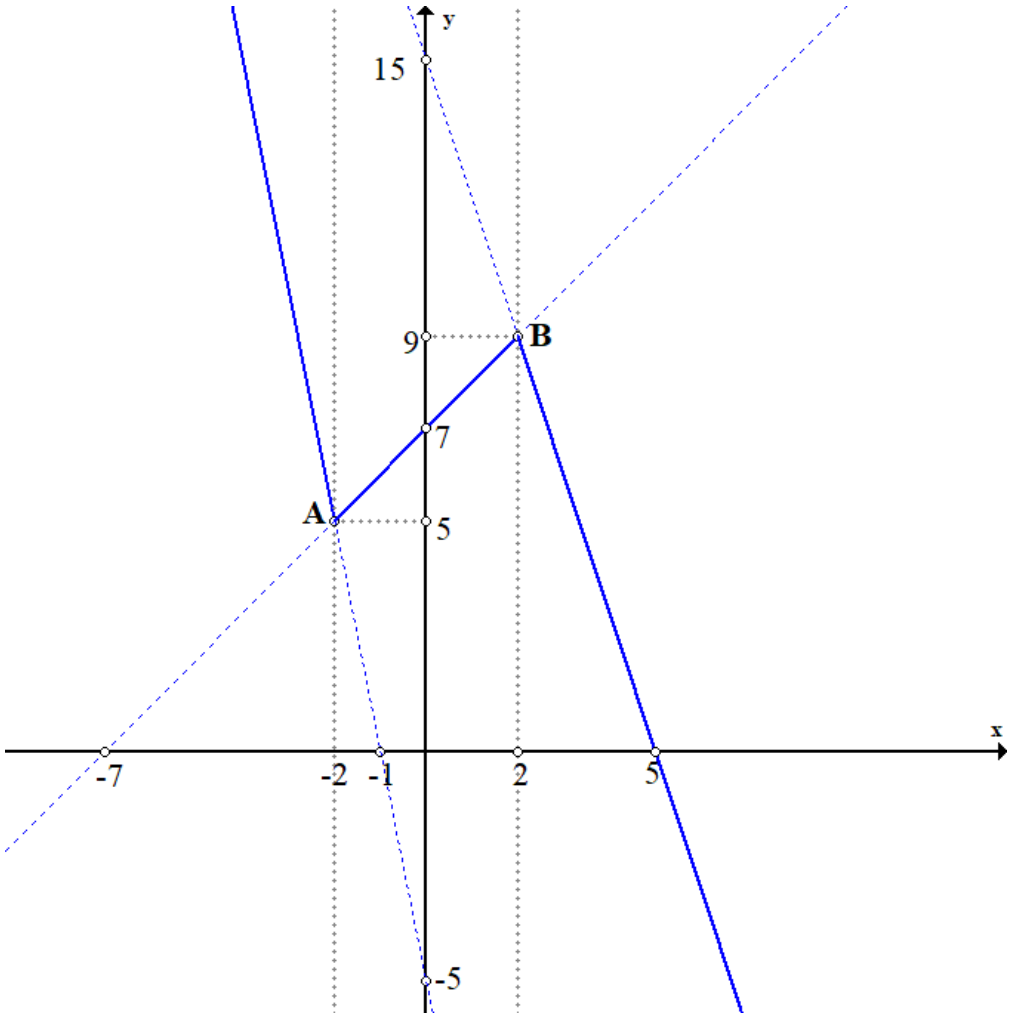
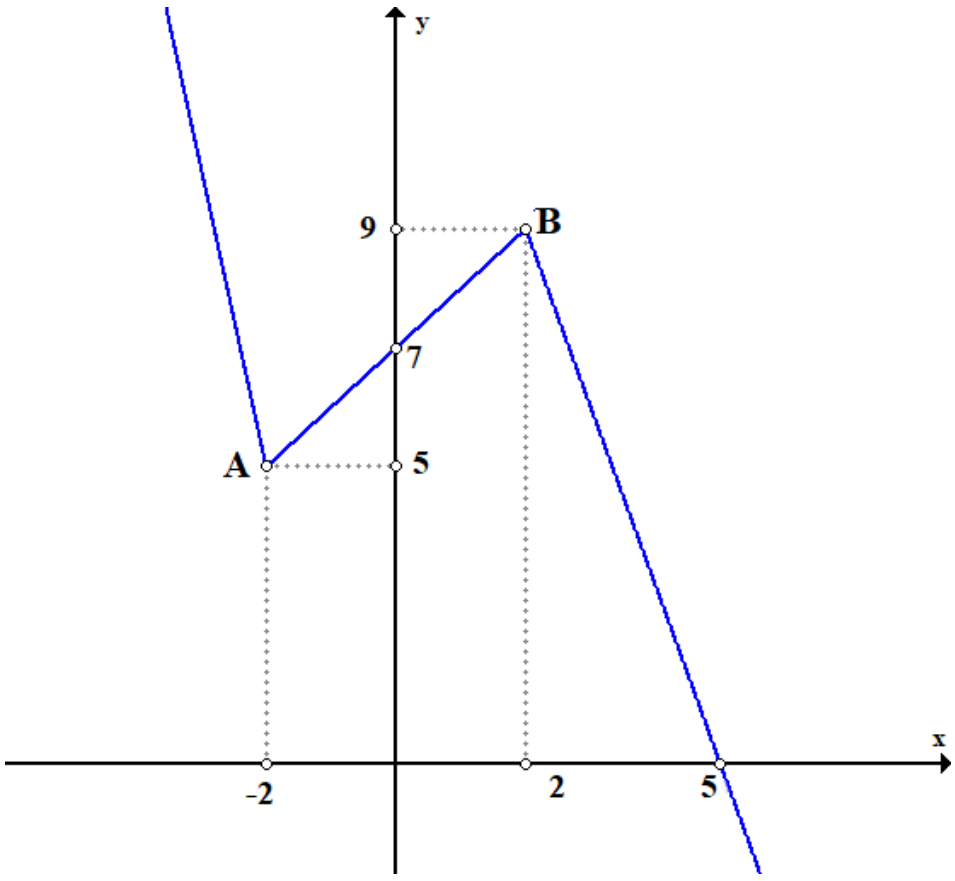



График функције $y = 5 - |4 - 2x| + |6 + 3x| - 4x$